

Finanzderivate und Risikomanagement
Sommersemester 2021
Dr. Christoph Hambel
Übungsblatt 1

Aufgabe 1 Sie arbeiten in einer Bank. Ein Kunde möchte in 6 Monaten Aktien der Firma XYZ kaufen. Der aktuelle Aktienkurs beträgt $S_0 = 80$ und der diskrete Jahreszinssatz beträgt $r = 0.02$. Die nächste Hauptversammlung von XYZ findet in 9 Monaten statt.

- (a) Ihr Kunde möchte den Aktienpreis bereits heute fixieren. Welches Produkt würden Sie ihm empfehlen? Welchen Preis muss der Kunde in 6 Monaten für eine Aktie zahlen?
- (b) Geben Sie ein Portfolio-Argument für Ihr Ergebnis. Was muss der Kunde heute zahlen?
- (c) Nehmen Sie an, dass nach zwei Monaten der Aktienpreis auf $S_1 = 90$ gestiegen ist. Wie hat sich der Preis des Forward-Kontraktes verändert. Erklären Sie Ihre Berechnungen und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.
- (d) Was würden Sie dem Kunden raten, wenn er das Risiko eines Kursverlustes fürchtet, aber dennoch den Aktienpreis bereits heute für den Kauf in sechs Monaten einloggen möchte? Erklären Sie die wesentlichen Unterschiede zu (a).

Aufgabe 2 Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass zu jedem Zeitpunkt t für den Wert P_t einer europäischen Put-Option mit Strike-Preis K und Fälligkeit in T auf eine Aktie ohne Dividendenausschüttungen die folgende Preisgrenze gilt:

$$P_t \geq \max\{Ke^{-r(T-t)} - S_t, 0\}$$

Beweisen Sie diese Preisgrenze und zeigen Sie wie ein Arbitrageur eine Verletzung dieser Preisgrenze ausnutzen könnte.

Aufgabe 3 Nehmen Sie an F_1 und F_2 seien zwei Forwardpreise auf das gleiche Underlying mit Fälligkeiten in T_1 und T_2 . $r \geq 0$ bezeichne den konstanten Kassazinssatz. Beweisen Sie, dass folgende Arbitragegrenze gilt:

$$F_2 \leq F_1 e^{r(T_2 - T_1)}$$

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass bei einer stetigen Dividendenrendite δ und stetiger Verzinsung der Forward-Preis gegeben durch

$$F_0(T) = S_0 e^{-(r-\delta)T} \quad (1)$$

Nehmen Sie dazu an, dass alle Dividenden reinvestiert werden können. Zeigen Sie was ein Arbitrageur tun würde, wenn der Forward-Preis von (1) abweichen würde.

Aufgabe 5 Betrachten Sie das folgende strukturierte Produkt, dessen Auszahlungsprofil gegeben ist durch die folgenden kritischen Punkte (S_T, X_T) mit linearen Anstiegen zwischen den Punkten: $(0,0)$, $(50,25)$, $(100,100)$, $(150,225)$, $(200,400)$ und einer konstanten Auszahlung von 400, wenn der Preis des Underlyings 200 überschreitet.

- (a) Zeichnen die das Payoff-Diagramm
- (b) Zeigen Sie, wie man das Produkt mittels Standard-Optionen und dem Underlying replizieren kann.
- (c) Was würde passieren, wenn man weitere Punkte hinzufügen würde und damit das Inkrement der Strikes von 50 auf 25, auf 12.5, auf 6.25 etc. zu reduzieren? Welches Ergebnis würde sich im Grenzwert ergeben?