

# Finanzderivate und Risikomanagement

Dr. Christoph Hambel

Goethe Universität Frankfurt  
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften  
Abteilung Finanzen

Sommer-Semester 2021

# Teil VII

## Bewertung von Ausfallrisiken

1 Grundlagen

2 Merton Firmenwertmodell

- Versprochene Zahlungen können nicht geleistet werden:
  - Kreditausfall
  - Kontrahentenrisiko bei Derivatgeschäften
  - ...
- Bewertungsproblem: Niedrigerer Preis wegen Ausfallrisiko, aber um wie viel?
- Wichtigste Determinanten
  - Ausfallwahrscheinlichkeit
  - Loss given default

- Wichtiger Unterschied: *historische* vs. *risikoneutrale* Ausfallwahrscheinlichkeiten
  - Historisch: werden aus tatsächlichen Kreditausfällen geschätzt
  - Risikoneutral: implizit durch Preise von Finanzprodukten gegeben
- Bedingte vs. unbedingte Ausfallwahrscheinlichkeiten
  - Unbedingt: Ausfallwahrscheinlichkeit in  $t$ , gegeben dem Anfangszustand
  - Bedingt: Ausfallwahrscheinlichkeit in  $t$ , gegeben kein Ausfall vor  $t$

- Beispiel: Ausfallwahrscheinlichkeit in  $t$ , gegeben kein Ausfall vor  $t$ , ist 2% p.a.

Jahr	bed.	unbed.
1	0.02	0.02
2	0.02	0.0196
3	0.02	0.0192

- Erklärung:
  - Ausfallwahrscheinlichkeit im ersten Jahr: 2%
  - Überlebende Firmen fallen im nächsten Jahr aus mit einer Wahrscheinlichkeit von  $0.02(1 - 0.02) = 0.0196$

- Modelltypen:
  - Structural Models: Firmenwertmodelle  
Modelliere den Firmenwert mittels eines Firm Value Process.  
⇒ Ausfall tritt ein, wenn Wert der Assets zu gering um Verbindlichkeiten abzudecken.
  - Reduced-Form Models: Intensitätenmodelle:  
Latenter Ausfallprozess: entweder 0 (kein Ausfall) oder 1 (Ausfall)  
⇒ Modelliert durch Sprungprozess mit Sprungwahrscheinlichkeit





1 Grundlagen

2 Merton Firmenwertmodell

# Idee: Merton Firmenwertmodell

# Merton Firmenwertmodell

- Firma hat Schulden – modelliert durch Zero-Coupon Bond mit
  - Nominalbetrag  $F$
  - Fälligkeit in  $T$
  - Ausfall nur in  $T$  möglich
- In  $T$ : Auszahlung an die Gläubiger hängt vom Firmenwert ab  $V_T$

$$D_T = \min\{V_T, F\}$$

- Wenn  $V_T < F$ : Kreditausfall  
⇒ Loss given Default:  $F - V_T$
- Eigenkapitalgeber erhalten das Residuum:

$$\begin{aligned} E_T &= V_T - D_T \\ &= V_T - \min\{V_T, F\} \end{aligned}$$

⇒ Eigenkapital ist eine Call-option auf den Firmenwert mit Fälligkeit in  $T$  und Strike-Preis  $F$ !

# Merton Firmenwertmodell

- Modelliere den Firmenwert analog zum Aktienkurs im Black-Scholes Modell ( $V$  ist lognormal)
- Bewertung des Eigenkapitals wie Call-Option auf den Firmenwert  
⇒ Black-Scholes Formel liefert:

$$\begin{aligned}E_0 &= V_0 \Phi(d_1) - F e^{-rT} \Phi(d_2) \\d_1 &= \frac{\ln(V_0/F) + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \\d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{T}\end{aligned}$$

$\sigma$ : Volatilität des Vermögens

- Eigenkapitalvolatilität:

$$\sigma_E = \sigma \frac{\partial E_0}{\partial V_0} \frac{V_0}{E_0}$$

# Volatilität des Eigenkapitals

- Schwächen des Modells:
  - $V$  wird typischerweise nicht gehandelt ( $E$  möglicherweise schon)  
⇒ Woher kennen wir  $\sigma$ ?
  - Firmen emittieren nicht einen Zero-Bond sondern viele Coupon-Bonds
  - unterschiedliche Laufzeiten der Kredite ...
- Aber ökonomische Implikationen sehr plausibel!
- Firmenwertmodell stellt die Grundlage vieler äußerst praxisrelevanter Modelle im Kreditrisikomanagement (Moody's KMV Model, J.P. Morgans's Credit Metrics, ...)
- Alternative Modelle im Kreditrisikomanagement: Credit Risk+