

Finanzderivate und Risikomanagement

Dr. Christoph Hambel

Goethe Universität Frankfurt
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Abteilung Finanzen

Sommer-Semester 2021

Teil VII

Bewertung von Ausfallrisiken

1 Grundlagen

2 Merton Firmenwertmodell

- Versprochene Zahlungen können nicht geleistet werden:
 - Kreditausfall
 - Kontrahentenrisiko bei Derivatgeschäften
 - ...
- Bewertungsproblem: Niedrigerer Preis wegen Ausfallrisiko, aber um wie viel?
- Wichtigste Determinanten
 - Ausfallwahrscheinlichkeit
 - Loss given default

- Wichtiger Unterschied: *historische* vs. *risikoneutrale* Ausfallwahrscheinlichkeiten
 - Historisch: werden aus tatsächlichen Kreditausfällen geschätzt
 - Risikoneutral: implizit durch Preise von Finanzprodukten gegeben
- Bedingte vs. unbedingte Ausfallwahrscheinlichkeiten
 - Unbedingt: Ausfallwahrscheinlichkeit in t , gegeben dem Anfangszustand
 - Bedingt: Ausfallwahrscheinlichkeit in t , gegeben kein Ausfall vor t

- Beispiel: Ausfallwahrscheinlichkeit in t , gegeben kein Ausfall vor t , ist 2% p.a.

Jahr	bed.	unbed.
1	0.02	0.02
2	0.02	0.0196
3	0.02	0.0192

- Erklärung:
 - Ausfallwahrscheinlichkeit im ersten Jahr: 2%
 - Überlebende Firmen fallen im nächsten Jahr aus mit einer Wahrscheinlichkeit von $0.02(1 - 0.02) = 0.0196$

- Modelltypen:
 - Structural Models: Firmenwertmodelle
Modelliere den Firmenwert mittels eines Firm Value Process.
⇒ Ausfall tritt ein, wenn Wert der Assets zu gering um Verbindlichkeiten abzudecken.
 - Reduced-Form Models: Intensitätenmodelle:
Latenter Ausfallprozess: entweder 0 (kein Ausfall) oder 1 (Ausfall)
⇒ Modelliert durch Sprungprozess mit Sprungwahrscheinlichkeit

1 Grundlagen

2 Merton Firmenwertmodell

Idee: Merton Firmenwertmodell

Merton Firmenwertmodell

- Firma hat Schulden – modelliert durch Zero-Coupon Bond mit
 - Nominalbetrag F
 - Fälligkeit in T
 - Ausfall nur in T möglich
- In T : Auszahlung an die Gläubiger hängt vom Firmenwert ab V_T

$$D_T = \min\{V_T, F\}$$

- Wenn $V_T < F$: Kreditausfall
⇒ Loss given Default: $F - V_T$
- Eigenkapitalgeber erhalten das Residuum:

$$\begin{aligned} E_T &= V_T - D_T \\ &= V_T - \min\{V_T, F\} \end{aligned}$$

⇒ Eigenkapital ist eine Call-option auf den Firmenwert mit Fälligkeit in T und Strike-Preis F !

- Modelliere den Firmenwert analog zum Aktienkurs im Black-Scholes Modell (V ist lognormal)
- Bewertung des Eigenkapitals wie Call-Option auf den Firmenwert
⇒ Black-Scholes Formel liefert:

$$\begin{aligned}E_0 &= V_0 \Phi(d_1) - F e^{-rT} \Phi(d_2) \\d_1 &= \frac{\ln(V_0/F) + (r + 0.5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \\d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{T}\end{aligned}$$

σ : Volatilität des Vermögens

- Eigenkapitalvolatilität:

$$\sigma_E = \sigma \frac{\partial E_0}{\partial V_0} \frac{V_0}{E_0}$$

Volatilität des Eigenkapitals

- Schwächen des Modells:
 - V wird typischerweise nicht gehandelt (E möglicherweise schon)
⇒ Woher kennen wir σ ?
 - Firmen emittieren nicht einen Zero-Bond sondern viele Coupon-Bonds
 - unterschiedliche Laufzeiten der Kredite ...
- Aber ökonomische Implikationen sehr plausibel!
- Firmenwertmodell stellt die Grundlage vieler äußerst praxisrelevanter Modelle im Kreditrisikomanagement (Moody's KMV Model, J.P. Morgans's Credit Metrics, ...)
- Alternative Modelle im Kreditrisikomanagement: Credit Risk+