

Finanzderivate und Risikomanagement

Dr. Christoph Hambel

Goethe Universität Frankfurt
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Abteilung Finanzen

Sommer-Semester 2021

1 Diese Veranstaltung

- Die Veranstaltung behandelt ...
 - ... grundlegende Fakten über die wichtigsten Typen von Finanzderivaten
 - ... eine modellbasierte Einführung in die Bewertung von Finanzderivaten
 - ... eine Einführung in wichtige Hedgingstrategien und damit verbundene Anwendungen im Risikomanagement
 - ... eine Einführung in die Implementierung der gelernten Techniken in Excel
- Die Veranstaltung ...
 - ... ist (zu einem gewissen Grad) formal und mathematisch
 - ... fordert hohe Aufmerksamkeit
 - ... ist intellektuell anspruchsvoll und herausfordernd
 - ... enthält sechs vorlesungsbegleitende Übungen
 - ... bringt die Studierenden in eine sehr gute Position für zukünftige herausfordernde Veranstaltungen
 - ... bringt die Studierenden in eine hervorragende Ausgangsposition für Praktika und Jobs mit quantitativen Aufgaben

Was ist zu erwarten?

- Was können Sie von mir erwarten? Ich werde ...
 - ... Vorlesungen live via Zoom halten und die Videoaufzeichnungen auf OLAT hochladen
 - ... zeitnah alle Lehrmaterialien via OLAT bereitstellen
 - ... für Rückfragen jederzeit zur Verfügung stehen
 - ... Bei Bedarf Q&A Sessions anbieten
- Was werde ich von Ihnen erwarten? Sie sollten ...
 - ... vorbereitet sein, wenn Sie an der Vorlesung teilnehmen, bzw. sich die Aufzeichnungen ansehen
 - ... sich auf die Übungen vorbereiten, indem Sie die Übungsblätter im Vorfeld bearbeiten
 - ... die Gelegenheit nutzen und sich aktiv an der Veranstaltung beteiligen

- Ich setze voraus, dass Sie mit den mathematischen und statistischen Methoden und Techniken auf der nächsten Folie vertraut sind.
- Bitte nehmen Sie diese Voraussetzung ernst! Für den Erfolg des Kurses ist es wichtig, dass Sie diese Vorkenntnisse mitbringen, um vielversprechende und herausfordernde Diskussionen bzgl. des Materials sicherzustellen.
- Bitte beachten Sie hierzu das Dokument „Wiederholung für Mathematik, Statistik und Finance“ in OLAT.

- Mathematik (OMAT)
 - Differentiation und Integration von elementaren Funktionen (Polynome, Exponentialfunktion, Logarithmus, Kettenregel, Produktregel, etc.)
 - Lineare Gleichungssysteme (Bedingungen für die Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen)
 - Summen und Reihen (Potenzreihe, Taylorentwicklung, Konvergenz)
- Statistik (OSTA)
 - Erwartungswert, Varianz, Kovarianz, Korrelation
 - Grundlegendes Wissen über Binomialverteilung, Normalverteilung
- Finance (OFIN, BFIN, PFIN)
 - Barwertkonzept (diskretes und stetiges Diskontieren)
 - Portfolio Theorie (erwartete Renditen, Volatilität, Kovarianz, Korrelation, MVP, Effizienzlinie, CML)
 - CAPM (β , SML)

Gliederung der Veranstaltung

- 1 Einführung in Finanzderivate
- 2 Optionsbewertung im Einperiodenmodell
- 3 Optionsbewertung in Binomialbäumen
- 4 Amerikanische Optionen
- 5 Black-Scholes-Modell
- 6 Bewertung von Zinsderivaten
- 7 Bewertung von Ausfallrisiken

} diskrete Modelle
→ stetige Modell
→ Ho-Lee Modell

Teil I

Einführung in Finanzderivate

2 Grundlagen von Derivaten

3 Forwards

4 Swaps

5 Optionen

6 Optionsstrategien und Strukturierte Produkte

Was ist ein Derivat?

- Finanzinstrument, dessen Auszahlungsprofil von einem anderen *Basiswert (Underlying)* abhängt.
- Beispiele für Basiswerte
 - Wertpapiere (Aktien, Anleihen, ...)
 - Rohstoffe (Öl, Gold, Weizen, ...)
 - Finanzvariablen (Zinssätze, Inflationsrate, Wechselkurse, ...)
 - Andere Finanzprodukte (Indizes, andere Derivate, ...)
 - Sonstiges (Strom, Wetter, Versicherungsschäden, BSP, ...)
- Der Kauf eines Derivats wird auch als *Long Position*, der Verkauf als *Short Position* bezeichnet.
- Man unterscheidet zwischen *börsengehandelten* und *OTC (over the counter)* Derivaten.

Wir unterscheiden zwischen den folgenden Grundtypen

- **Unbedingte Termingeschäfte** (symmetrisches Risikoprofil)
 - Futures (börsennotiert) / Forwards (OTC)
 - Swaps (börsennotiert oder OTC)
 - Forward Rate Agreements (OTC)
- **Bedingte Termingeschäfte** (asymmetrisches Risikoprofil)
 - Optionen (börsennotiert / OTC)
 - Plain Vanilla Options
 - Exotische Optionen
 - Swaptions
 - Caps, Floors
 - als Bestandteil von speziellen Anleihetypen (Wandelanleihe, Aktienanleihe, ...) oder Zertifikaten (Discountzertifikat, ...), sowie in Versicherungsverträgen (Rückkaufrechte, ...)

Einsatzmöglichkeiten von Derivaten



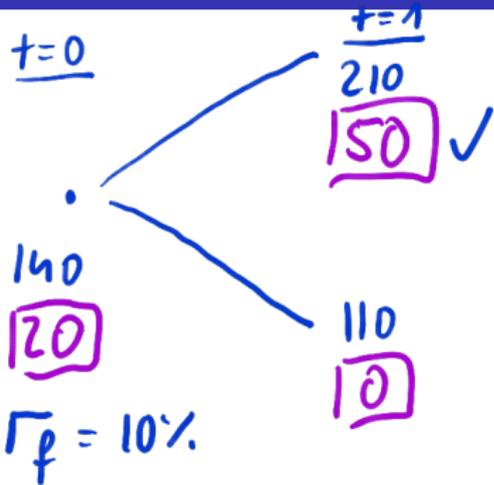
- Zur Risikoabsicherung (Hedging)
 - Bsp: Absicherung gegen Zinsänderungsrisiken (Zinsswap, FRA), Kursverlusten (Put Option) oder Kreditausfallrisiken (CDS)
 - Mit Hilfe von Derivaten lassen sich Risiken nur verlagern; nicht auflösen
- Zur Spekulation
 - Bsp: Überproportionale Partizipation an steigenden Kursen (Call Option), oder Spekulation auf fallende Kurse (Short Forward, Put Option)
- Zur Ausnutzung von (vermeintlichen) Arbitragemöglichkeiten
 - Bsp: Put-Call-Parität
- Um die Charakteristika einer Investition oder Verbindlichkeit zu verändern, ohne dabei das Portfolio liquidieren oder neu strukturieren zu müssen
 - Bsp: Tausch von festverzinslichen Zahlungsströme gegen variabel verzinsliche Zahlungsströme (Zinsswap)

Law of One Price

In einem arbitragefreien Markt, müssen zwei Finanzinstrumente, die in jedem Szenario identische Cashflows generieren, den gleichen Preis haben.

- Das *Law of One Price* bildet die Grundlage der Derivatbewertung
- Wäre es verletzt, könnte man *Arbitragemöglichkeiten* generieren (Übung!)
- Daraus ergibt sich folgende Idee:
 - Idee: *Repliziere* das Derivat mit Hilfe von gehandelten Wertpapieren: Bilde ein Portfolio aus gehandelten Wertpapieren, dessen Payoffprofil in $t = 1$ gleich dem Payoffprofil des Derivates ist
 - Gemäß des LOP muss das Derivat und das *Replikationsportfolio* den gleichen Preis haben.
- Unter welchen Bedingungen können alle Derivate repliziert werden?

Grundlagen der Derivatbewertung



Derivat, das in $t=1$
50€ im up-state
0€ im down-state
liegt.

↳ Call mit Basispreis 160€

▷ Replikationsportfolio

in $t=0$: $\left[\frac{1}{2} \text{ Aktie, } \right.$
 $\left. \begin{array}{l} \text{↳ } 70 \\ - 50 = 20 \end{array} \right]$

Kreditaufnahme von 50€

in $t=1$: up: $\frac{1}{2} \cdot 210$

$- 50 \cdot 1.1 = \boxed{50}$ ✓

down: $\frac{1}{2} \cdot 110$

$- 50 \cdot 1.1 = \boxed{0}$ ✓

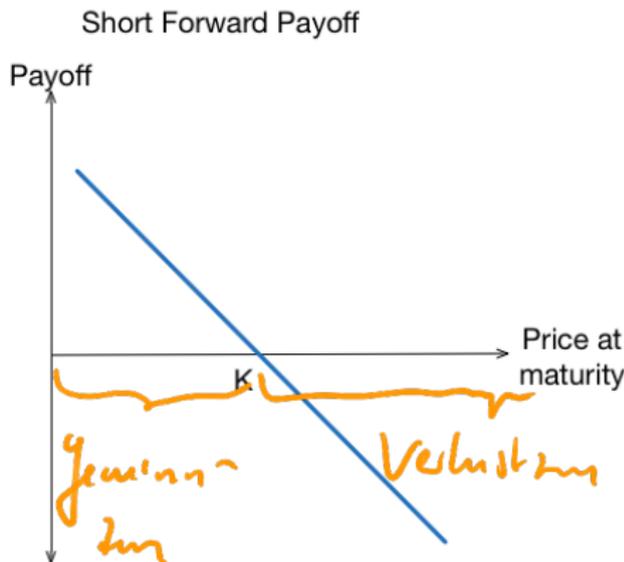
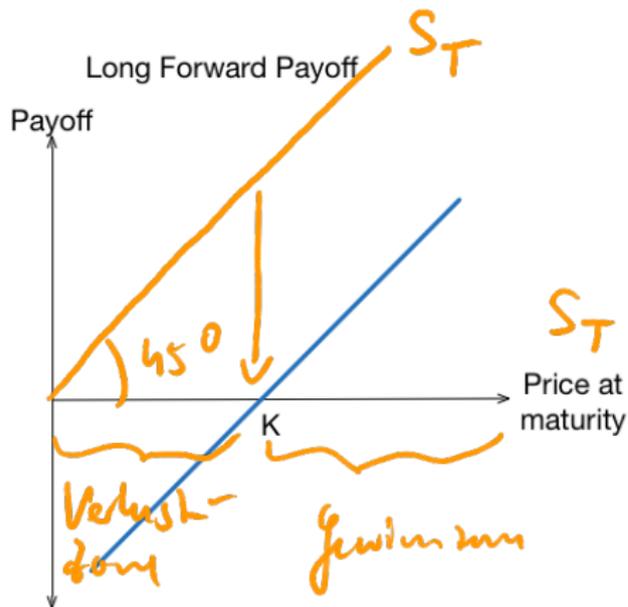
- 2 Grundlagen von Derivaten
- 3 Forwards**
- 4 Swaps
- 5 Optionen
- 6 Optionsstrategien und Strukturierte Produkte

Forward

Ein *Forward* ist ein Vertrag, ein bestimmtes Underlying an einem vereinbarten zukünftigen Zeitpunkt T (*Settlement Date*) zu einem vereinbarten Preis $F_0(T) = K$ (*Forward-Preis*) zu kaufen (*Long Position*) oder zu verkaufen (*Short Position*)

- Es findet keine Zahlung zum Vertragsabschluss in $t = 0$ statt!
- Die Lieferung (*Physical Settlement*) wird i.d.R. durch eine Ausgleichzahlung (*Cash Settlement*) ersetzt.
 - Die Partei, die das Underlying in T liefern muss \rightarrow *short*
 - Die Partei, die das Underlying in T kaufen muss \rightarrow *long*
- Ein *Future* ist ein standardisierter, börsengehandelter Forward-Kontrakt.

Payoff von Forward Positionen



- Long: $\text{Payoff} = S_T - K$
- Short: $\text{Payoff} = K - S_T$

Forward-Preis: Beispiel

- Beispiel: Vertrag eine Aktie X in einem Jahr zu einem Preis von 105 zu liefern
 - Heutiger Aktienpreis $S_0 = 100$
 - Kassazinssatz beträgt 2% p.a.
 - Keine Dividendenzahlungen im nächsten Jahr
- Ist 105 der *richtige* Preis für die Lieferung in einem Jahr?
- Replikation:
 - In $t = 0$:
 - Kreditaufnahme in Höhe von 100: +100 ✓
 - Kaufe die Aktie X : -100 ✓
 - Gehe eine Short-Position in den Forward ein: ± 0 ✓
 - In $t = 1$:
 - Liefere die Aktie und schließe damit die Forward-Position: +105 ✓
 - Zahle den Kredit zurück $-100 \cdot 1.02 = -102$ ✓
 - Ergebnis: Arbitragegewinn von 3 in $t = 1$.
- Offensichtlich ist 105 nicht der *richtige* Forward-Preis.

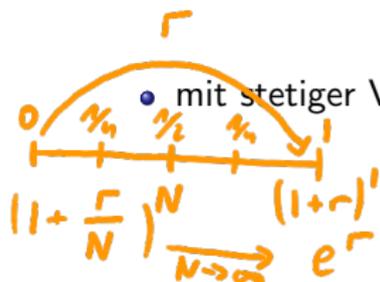
Replikations-
Portfolio hat
Preis = 0

Forward-Preis: Beispiel

- Wie würde man sich verhalten, wenn der Forward-Preis 100 betragen würde?
 - In $t = 0$:
 - Leihe die Aktie und verkaufe sie (Leerverkauf): +100 ✓
 - Investiere den Ertrag in die risikofreie Anlage mit Laufzeit eines Jahres: -100 ✓
 - Gehe eine Long-Position in den Forward ein: ± 0 ✓ Preis = 0
 - In $t = 1$:
 - Erhalte 102 von der risikofreien Anlage: +102 ✓
 - Zahle den Forward-Preis von 100 im Gegenzug zur Lieferung der Aktie: -100 ✓
 - Schließe die Leerverkaufsposition: ± 0 ✓
 - Ergebnis: Arbitragegewinn in $t = 1$: +2 ✓

Forward-Preis: Beispiel

- Was ist nun der faire Forward-Preis? → Wiederhole die gleiche Übung für eine Forward-Preis von 102. → kein Arbitragegewinn.
- Folgerung: $F_0(1) = 102$ ist der faire Forward-Preis
- Begründung:
 - Die Opportunitätskosten die Aktie zu halten betragen 2% pro Jahr
 - Der Forward-Preis muss für diese Kosten kompensieren, sonst ergeben sich Arbitragemöglichkeiten
- Formal ergibt sich (ohne Dividendenzahlungen zwischen 0 und T):
 - mit diskreter Verzinsung:



- mit stetiger Verzinsung:

$$F_0(T) = S_0(1+r)^T$$

$$F_0(T) = S_0 \underline{e^{rT}}$$

Bsp:

$$100 \cdot 1.02^1$$

$$\underline{F_0(1) = 102}$$

Forward-Preis mit Dividendenzahlungen

- Mit (bekannt!) Dividenden: Die Opportunitätskosten verringern sich (man erhält Dividendenzahlungen zwischen 0 and T)
- Neue Formeln:

- mit diskreten Dividenden:

$$F_0(T) = \underbrace{(S_0 - D)}_{S_0} (1+r)^T$$

$D = \sum_{k=1}^N \frac{D_k}{(1+r)^{t_k}}$: Barwert der in $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_N \leq T$ gezahlten Dividenden D_k

- mit ~~stetigem Dividendenstrom~~

Dividendenrendite δ
über die Laufzeit d. Forward

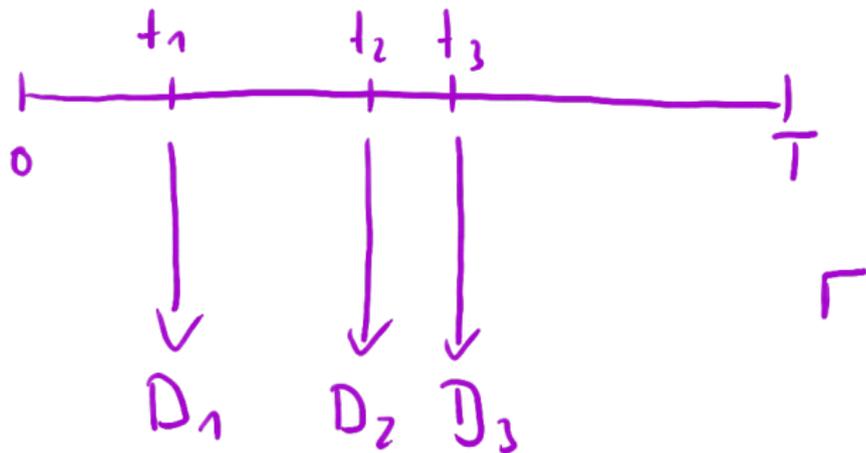
$$F_0(T) = S_0(1+r-\delta)^T$$

~~Dividendenrendite über die Laufzeit d. Forward~~

- mit stetiger Verzinsung: und stetigem Dividendenstrom:

$$F_0(T) = S_0 e^{(r-\delta)T}$$

Barwert der Dividenden



$$\hookrightarrow D_1 e^{-r t_1} + D_2 e^{-r t_2} + D_3 e^{-r t_3}$$

$$\text{oder } \frac{D_1}{(1+r)^{t_1}} + \frac{D_2}{(1+r)^{t_2}} + \frac{D_3}{(1+r)^{t_3}}$$

Forward-Preis mit Dividendenzahlungen

- Beispiel mit diskreten Dividenden
 - Heutiger Aktienpreis $S_0 = 100$
 - Forward mit Laufzeit $T = 1$
 - Bekannte Dividende von 2.5 in 9 Monaten ($\tau = 9/12 = 3/4$)
 - Risikofreier Zinssatz 2% (stetiger Verzinsung)
- Was ist der faire Forward-Preis?
- Leihe 100 in $t = 0$, um eine Aktie zu finanzieren
- In $t = 1$...
 - ... zahle $100 \cdot e^{0.02} = 102.02$ zurück: -102.02
 - ... and berücksichtige den Endwert der Dividendenzahlung, $2.5 \cdot e^{0.02 \cdot 1/4} = +2.51$
 - ... Nettzahlungstrom: $2.51 - 102.02 = -99.51$
- Der faire Forward-Preis muss nach dem LOP mit diesem Nettzahlungstrom übereinstimmen

$$F_0(1) = 100 \cdot e^{0.02} - 2.5 \cdot e^{0.02 \cdot 1/4} = \left(100 - 2.5 \cdot e^{-0.02 \cdot 3/4}\right) \cdot e^{0.02} = 99.51$$

$$100 e^{(0.02 - 0.025) \cdot 1} \approx 99.5$$

- **Schlussfolgerung:**

Zwischenzeitliche Zahlungsströme an den Halter des Underlying *reduzieren* den Forward-Preis.

- Formal: Subtrahiere den Barwert der Dividenden vom aktuellen Preis des Underlyings

$$F_0(T) = (S_0 - D)e^{rT},$$

wobei D der *Barwert* der Dividenden über die Laufzeit des Forwards bezeichnet.

- **Achtung:**

- *Forward-Preis* $F_t(T)$: Preis zu dem das Underlying in T geliefert werden muss.
- *Preis des Forward* $V_t(T)$: Kurs zu dem der Forward in $0 \leq t \leq T$ arbitragefrei gehandelt werden kann

$$V_0(T) = 0$$

- Wie wird dieser Preis berechnet?

- Annahme:

- 1 Forward long zum Zeitpunkt 0 (Lieferung in T , Forward-Preis $F_0(T)$)
- 1 Forward short zum Zeitpunkt t (Lieferung in T , Forward-Preis $F_t(T)$)

- Cash flow at time T : $F_t(T) - F_0(T)$

- Preis des ursprünglichen Forwards: $V_t(T) = e^{-r(T-t)}(F_t(T) - F_0(T))$

- Alternative Darstellung für den Fall ohne Dividenden:

$$\begin{aligned} V_t(T) &= e^{-r(T-t)}(F_t(T) - F_0(T)) \\ &= \underline{S_t} - \underline{S_0}e^{rt} \end{aligned}$$

Preis eines Forward



Cash - Flows in T:

$$\begin{aligned} & F_t(T) - S_t + S_t - F_0(T) \\ = & F_t(T) - F_0(T) \end{aligned}$$

- 2 Grundlagen von Derivaten
- 3 Forwards
- 4 Swaps**
- 5 Optionen
- 6 Optionsstrategien und Strukturierte Produkte

Swap

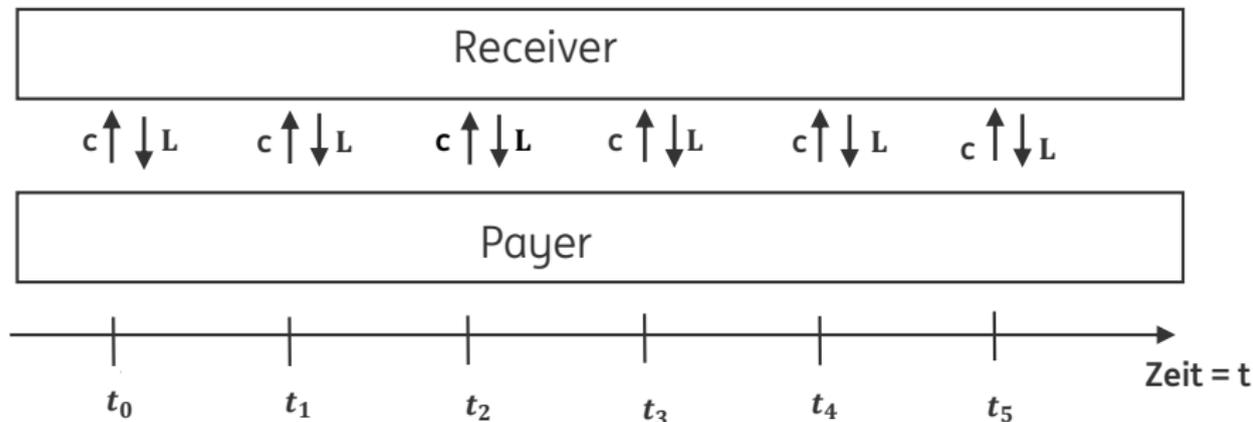
Ein Swap ist ein Derivat, bei dem die beiden Vertragspartner Zahlungsströme in festgelegter Weise gegeneinander austauschen.

- Zinsswap
 - Festzins/variabler Zins
 - variabler Zins/variabler Zins
 - Sonderformen (e.g. Constant-Maturity-Swap, Total Rate of Return Swap)
- Währungsswap
 - Festzins/Festzins
 - Festzins/variabler Zins
 - variabler Zins/variabler Zins;
- Sonderformen (e.g. Asset-Swap, Credit Default Swap, Equity Swap)

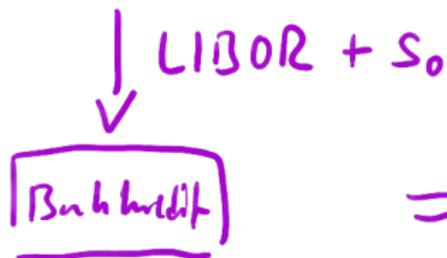
Funktionsweise eines Zinsswap

Zinsswap (Festzins/variabler Zins)

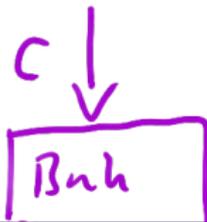
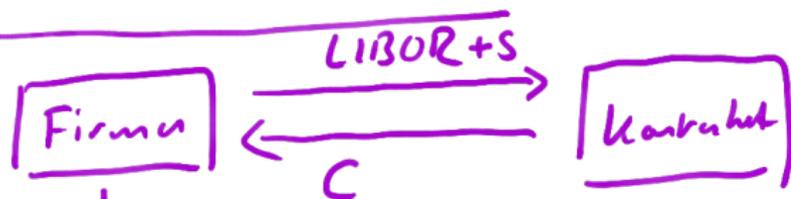
Ein Zinsswap ist ein Zinsderivat, bei dem zwei Vertragsparteien vereinbaren, zu festgelegten zukünftigen Zeitpunkten Zinszahlungen auf festgelegte Nennwerte auszutauschen. Die Zinszahlungen werden so festgesetzt, dass eine Partei einen bei Vertragsabschluss fixierten Festzinssatz zahlt, die andere Partei hingegen einen variablen Zinssatz.



Steuerung des Zinsänderungsrisikos



⇒ Nettzahlstrom $C + s_0$



Weitere Swapformen

CDS



↑ C



LGD

im Falle des Kreditausfallers.

Total Rate of Return Swap

Kreditnehmer aus Zinsswap und CDS

- 2 Grundlagen von Derivaten
- 3 Forwards
- 4 Swaps
- 5 Optionen**
- 6 Optionsstrategien und Strukturierte Produkte

Option

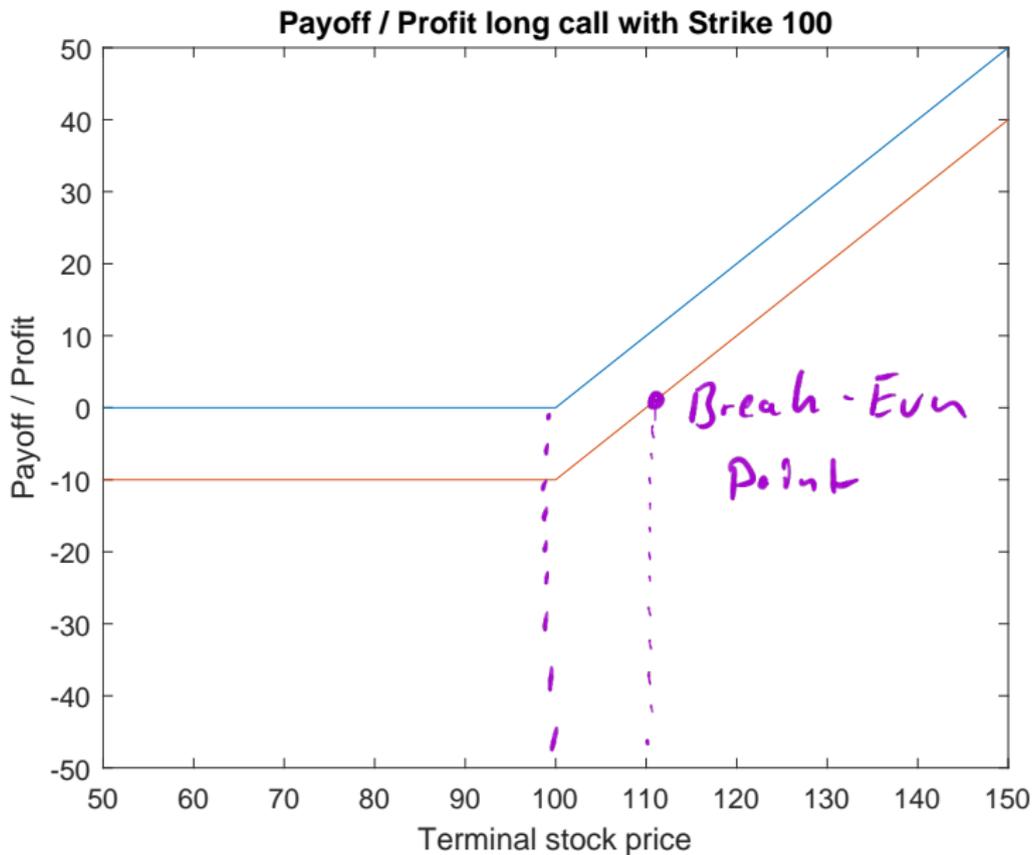
Eine Option ist ein Kontrakt, der dem Käufer das Recht aber nicht die Pflicht gibt einen Basiswert

- am (Europäische Option) oder bis zum (Amerikanische Option) Fälligkeitstag T
 - zu einem bei Vertragsabschluss festgelegten Basispreis K (Strike Preis)
 - zu kaufen (Call Option) oder zu verkaufen (Put Option).
-
- Solche Optionen nennt man Plain Vanilla Options; deutlich komplexere Konstruktionen (*exotische Optionen*) sind möglich.
 - Auszahlungsprofie am Fälligkeitstag:

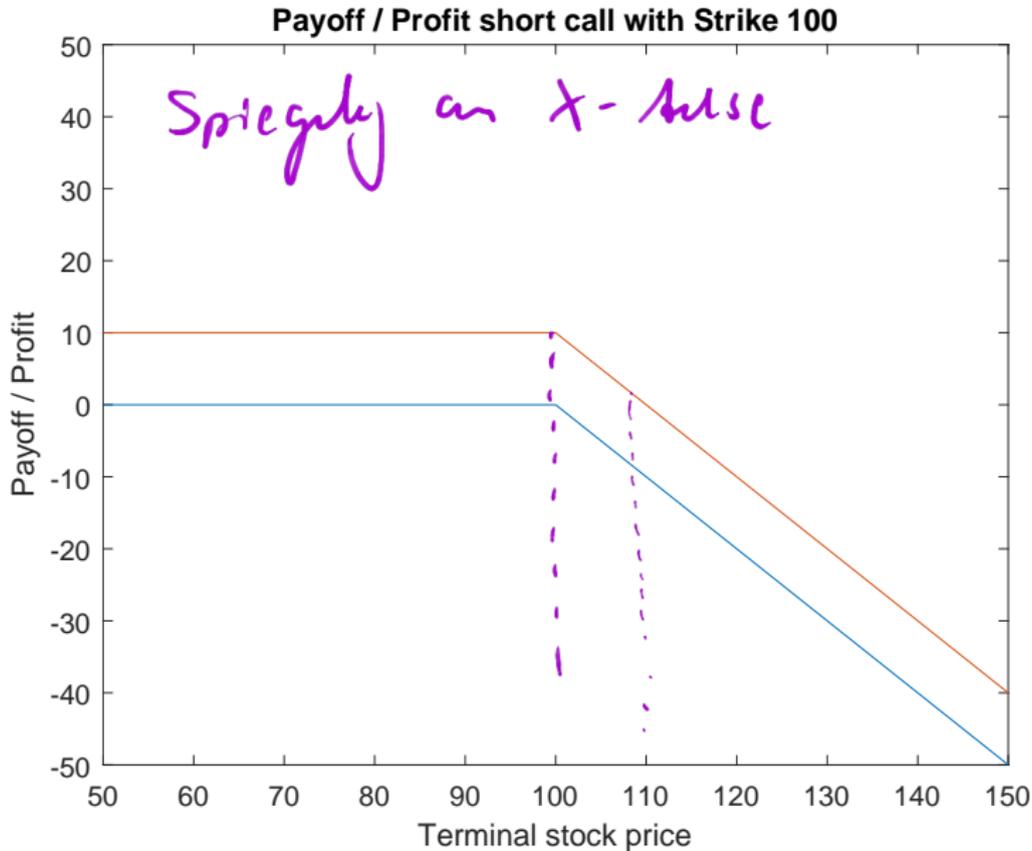
$$C_T = \max(S_T - K, 0) = (S_T - K)^+$$

$$P_T = \max(K - S_T, 0) = (K - S_T)^+$$

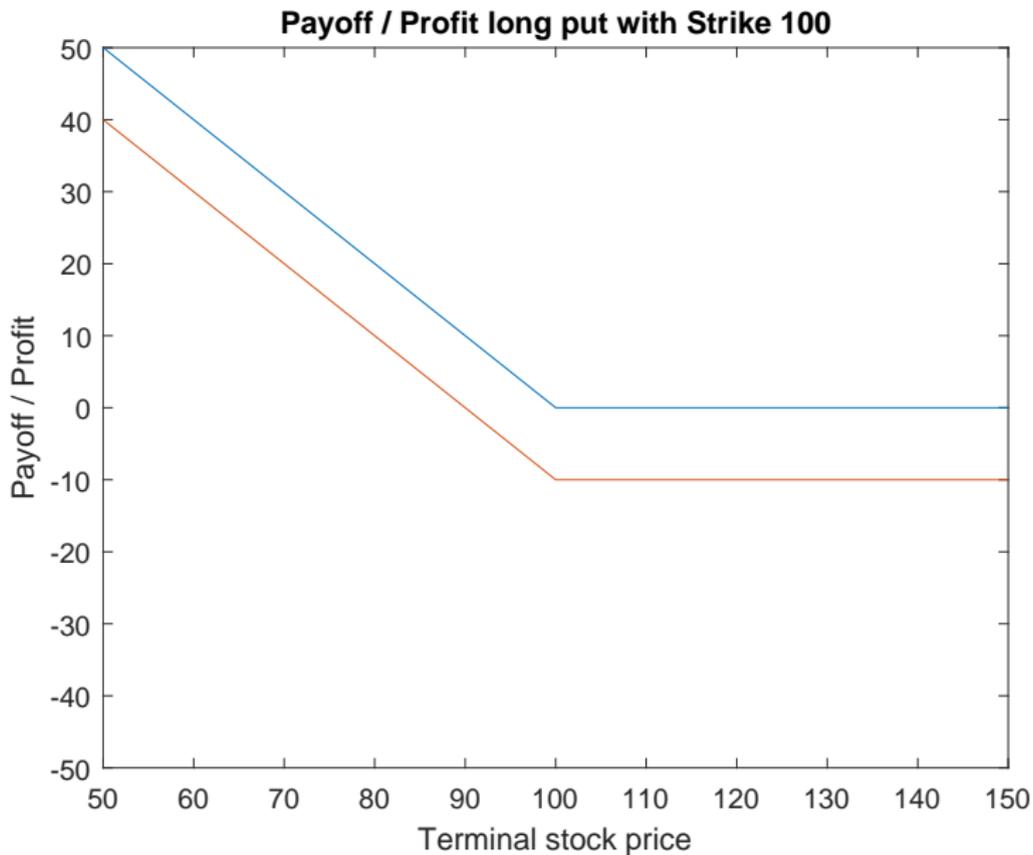
Optionsprofile: Long Call



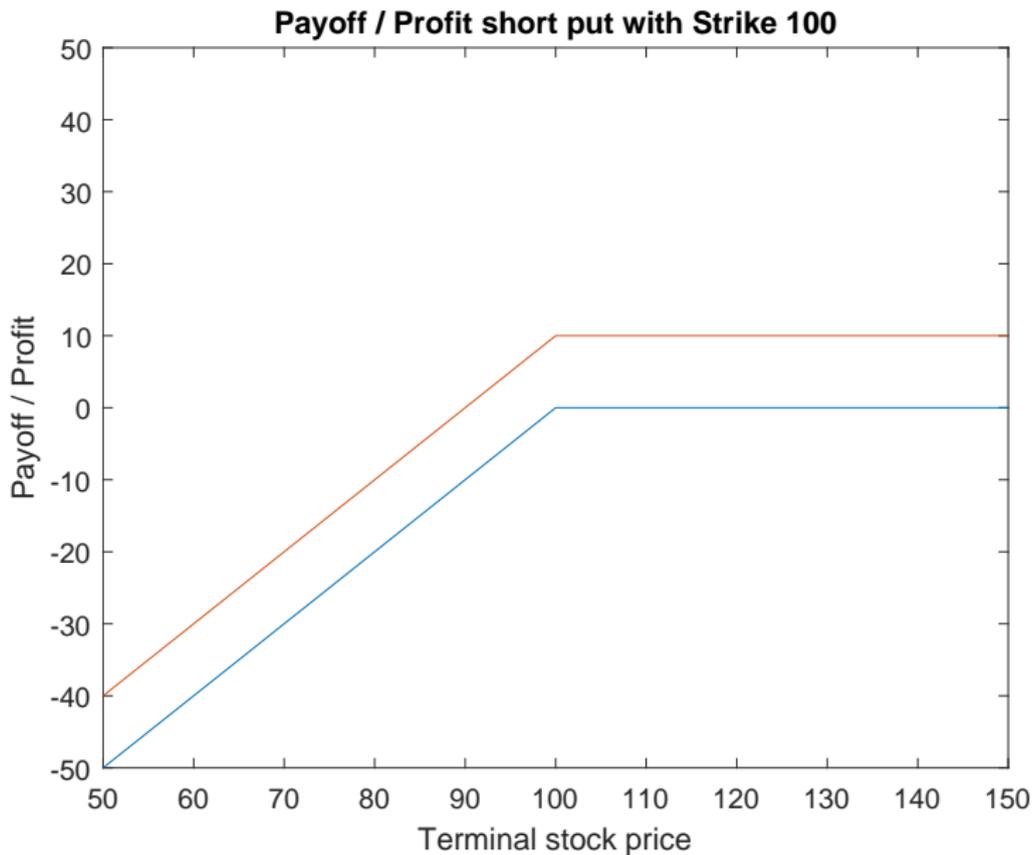
Optionsprofile: Short Call



Optionsprofile: Long Put



Optionsprofile: Short Put



Preisgrenzen für Optionen

- Preisgrenzen sind modellunabhängig. Bei Verletzung könnte man Arbitragemöglichkeiten generieren.
- C_t, P_t, S_t : Preise von Call-Option, Put-Option, Aktie
- Nichtnegativität:

$$\begin{array}{l} C_t \geq 0 \\ P_t \geq 0 \end{array}$$

- Dominanz:

$$\begin{array}{l} C_t \leq S_t \quad \checkmark \\ P_t \leq K \quad \checkmark \end{array}$$

Preisgrenzen für Plain Vanilla Optionen

$$S_t \geq C_t \geq \max(S_t - K(1+r)^{-(T-t)}, 0)$$

$$K \geq P_t \geq \max(K(1+r)^{-(T-t)} - S_t, 0)$$

- Beweis für Call Option; Portfolio Strategie in t :

- Kaufe K Zero-Bonds mit Fälligkeit in T : $-K(1+r)^{-(T-t)}$
- Verkaufe eine Aktie: S_t
- Kaufe eine Call Option: $-C_t$

- Payoffs at time T :

	$S_T \geq K$	$S_T < K$
Bond	K ✓	K ✓
Aktie	$-S_T$ ✓	$-S_T$ ✓
Option	$S_T - K$ ✓	0 ✓
	0 ✓	$K - S_T > 0$ ✓

Stetige Verzinsung:
 $e^{-r(T-t)}$

Preisgrenzen für Optionen

- Daraus folgt:

in t : $C_t + K(1+r)^{-(T-t)} - S_t \geq 0$

$\Rightarrow C_t \geq S_t - K(1+r)^{-(T-t)}$

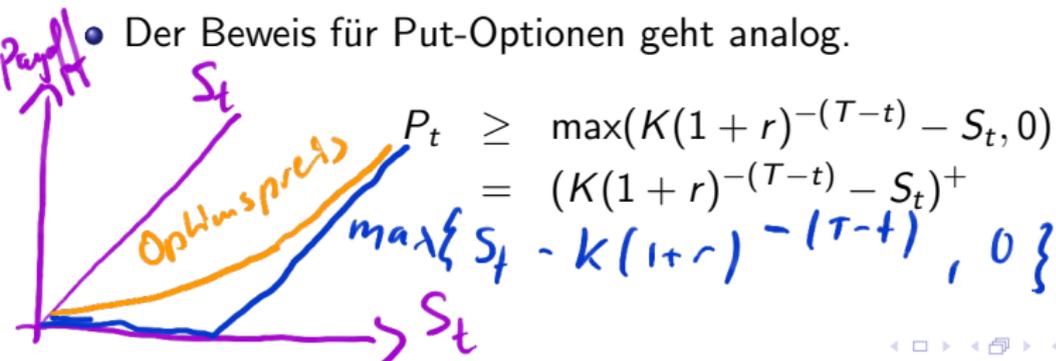
$\Rightarrow C_t \geq \max(S_t - K(1+r)^{-(T-t)}, 0)$

$= (S_t - K(1+r)^{-(T-t)})^+$

$C_t \geq 0$

da $C_t \geq 0$.

- Der Beweis für Put-Optionen geht analog.



Put-Call-Parität

- Gibt es einen arbitragefreien Zusammenhang zwischen Put- und Call-Preisen bei gleichen Strikepreisen?
 - Verkaufe eine Aktie: $+S_t$
 - Verkaufe eine Put-Option: $+P_t$
 - Kaufe K Zero-Bonds mit Fälligkeit in T : $-K(1+r)^{-(T-t)}$
 - Kaufe eine Call-Option: $-C_t$
- Payoffs at time T :

	$S_T \geq K$	$S_T < K$
Short Aktie	$-S_T$ ✓	$-S_T$ ✓
Long Call	$S_T - K$ ✓	0 ✓
Short Put	0 ✓	$S_T - K$ ✓
Long Bond	K ✓	K ✓
	0	0

- Daraus folgt $\Rightarrow S_t + P_t - K(1+r)^{-(T-t)} - C_t = 0$

Put-Call-Parität ohne Dividenden

$$P_t + S_t = C_t + K(1+r)^{-(T-t)}$$

$$S_t \rightarrow S_t - D$$

Preisgrenzen mit Dividenden

$$S_t \geq C_t \geq \max(S_t - D - K(1+r)^{-(T-t)}, 0)$$

$$K \geq P_t \geq \max(K(1+r)^{-(T-t)} - (S_t - D), 0)$$

Put-Call-Parität mit Dividenden

$$P_t + (S_t - D) = C_t + K(1+r)^{-(T-t)}$$

D : Barwert der Dividendenzahlungen über die Laufzeit der Option

Preisgrenzen für Amerikanische Optionen

- C_t^A , C_t^E , P_t^A , P_t^E bezeichne die Preise von amerikanischen (europäischen) Call- und Put-Optionen mit jeweils gleichem Strikepreis K und gleicher Laufzeit T

$$C_t^A \geq C_t^E \checkmark$$

$$P_t^A \geq P_t^E \checkmark$$

Amerikanischer Call

Wenn der risikofreie Zinssatz $r > 0$ ist, gilt für Call-Optionen auf eine Aktie ohne Dividendenzahlungen während der Laufzeit der Optionen

$$C_t^A = C_t^E$$

Preisgrenzen für Amerikanische Optionen

- *Beweis:* Wegen der Preisgrenze von Optionen gilt für einen europäischen Call

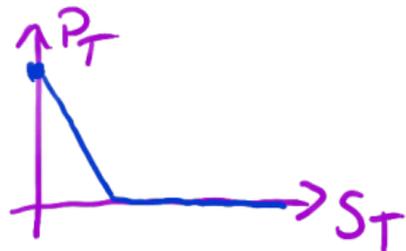
$$\begin{aligned} C_t^E &\geq S_t - K(1+r)^{-(T-t)} \\ &\geq \underbrace{S_t - K}_{\text{innerer Wert}} \end{aligned}$$

< 1 falls $r > 0$

- Der Ertrag, den man durch Ausüben der amerikanischen Option erlösen kann ist $S_t - K$, d.h. höchstens so groß, wie der Preis der europäischen Option
- Damit ist es nicht optimal den amerikanischen Call vorzeitig auszuüben.
- *Bemerkung:* Dieses Argument greift bei amerikanischen Put-Optionen nicht. Hier gilt $P_t^A > P_t^E$. \Rightarrow Warum?

Preisgrenzen für Amerikanische Optionen

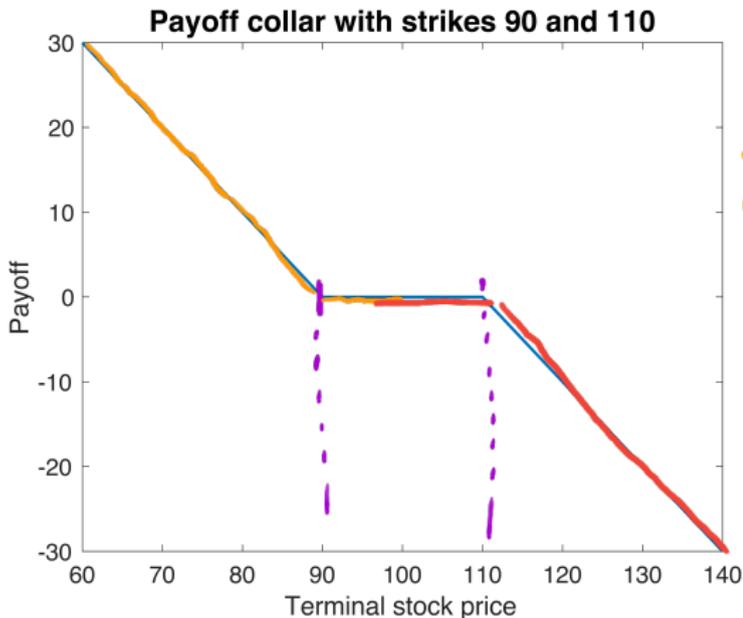
↳ Put hat nur begrenztes Gewinnpotential



↳ Ausüblich wenn der Aktienpreis $S_T > 0$ hinreichend ~~gering~~, das dem das Gewinnpotential zu begrenzt ist, um die Option weiter zu halten

- 2 Grundlagen von Derivaten
- 3 Forwards
- 4 Swaps
- 5 Optionen
- 6 Optionsstrategien und Strukturierte Produkte**

- Kaufe einen Put mit K_1 und verkaufe einen Call mit $K_2 > K_1$
- Häufig $K_1 < S_0 < K_2$



Put

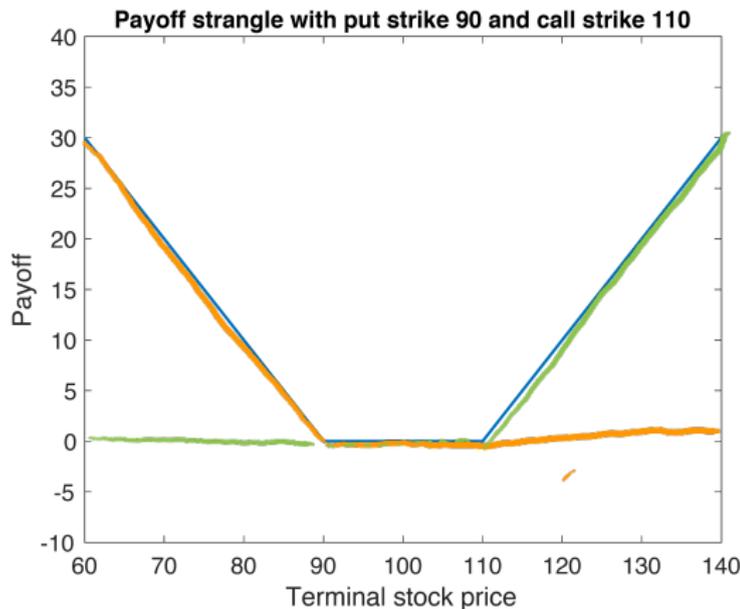
$K_1 = 90$
 $K_2 = 110$

Strangle

- Kaufe einen Put mit K_1 und kaufe einen Call mit $K_2 > K_1$
- Häufig $K_1 < S_0 < K_2$

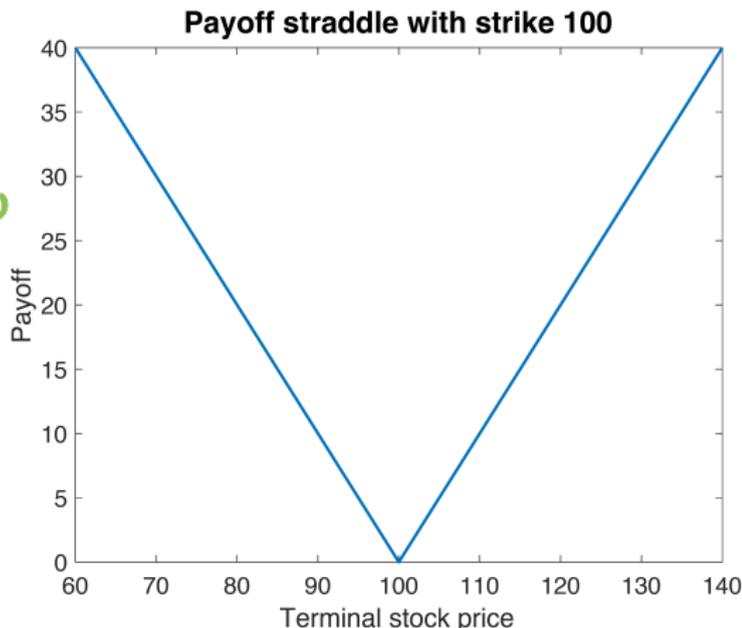
$$K_1 = 90$$

$$K_2 = 110$$



Straddle

- Kaufe Call und Put mit identischem Strike-Preis K
- Straddle ist daher Spezialfall des Strangle mit $K_1 = K_2 \equiv K$

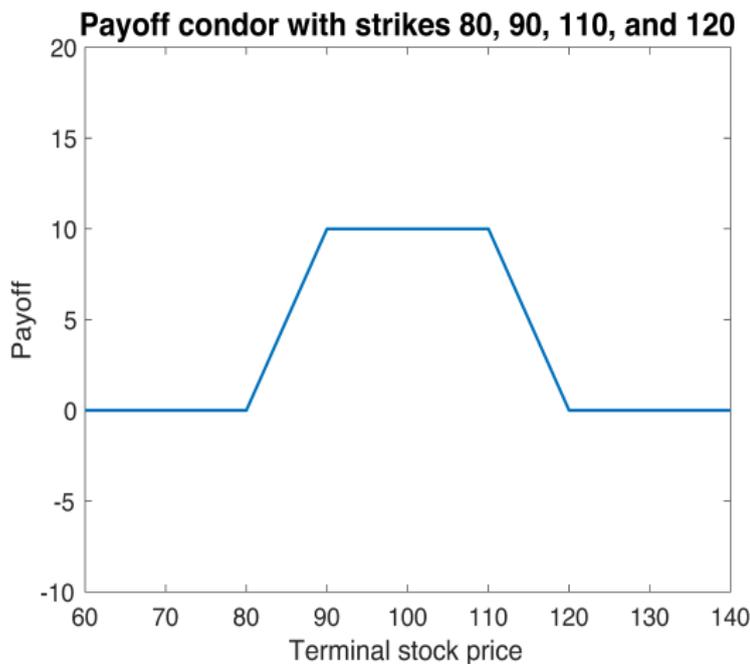


$$K_1 = K_2 = 100$$

Condor

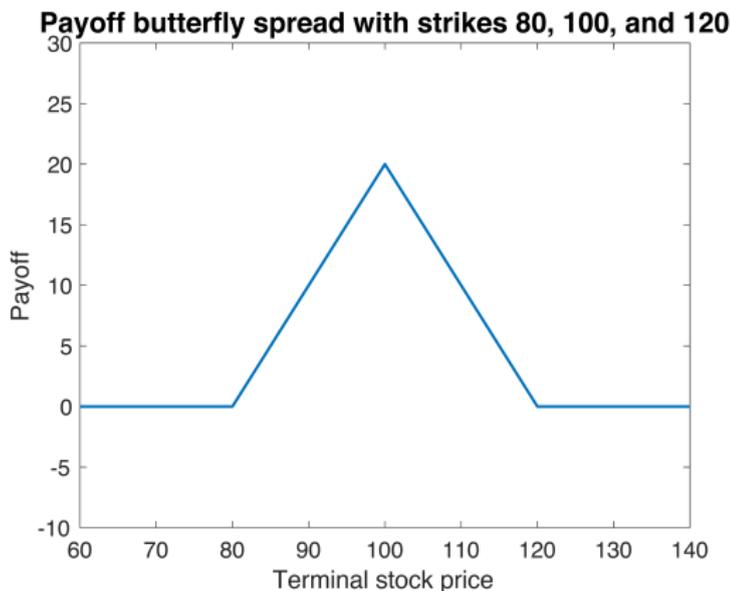
- Kaufe einen Call mit Strike-Preis K_1 , verkaufe jeweils einen Call mit Strike-Preisen $K_2 > K_1$ und $K_3 > K_2$, kaufe einen Call mit Strike-Preis $K_4 > K_3$

$$K_1 = 80$$
$$K_2 = 90$$
$$K_3 = 110$$
$$K_4 = 120$$

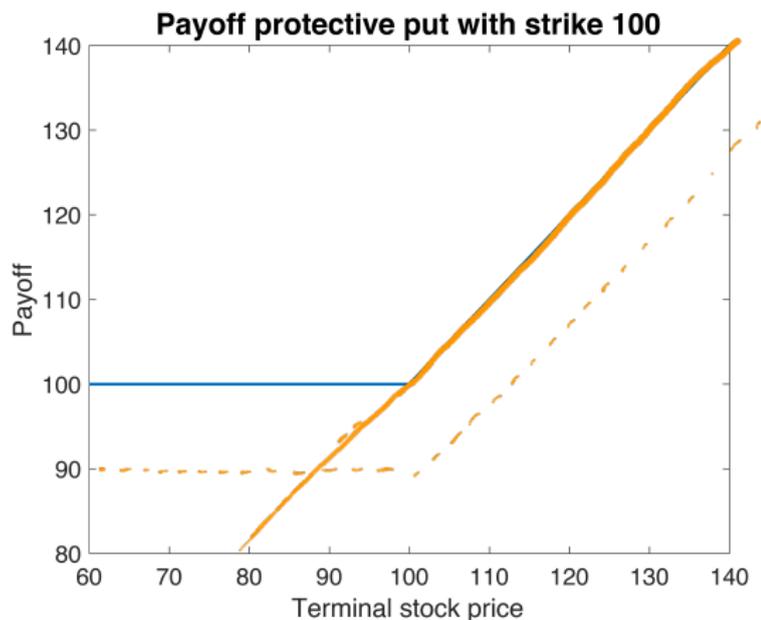


Butterfly Spread

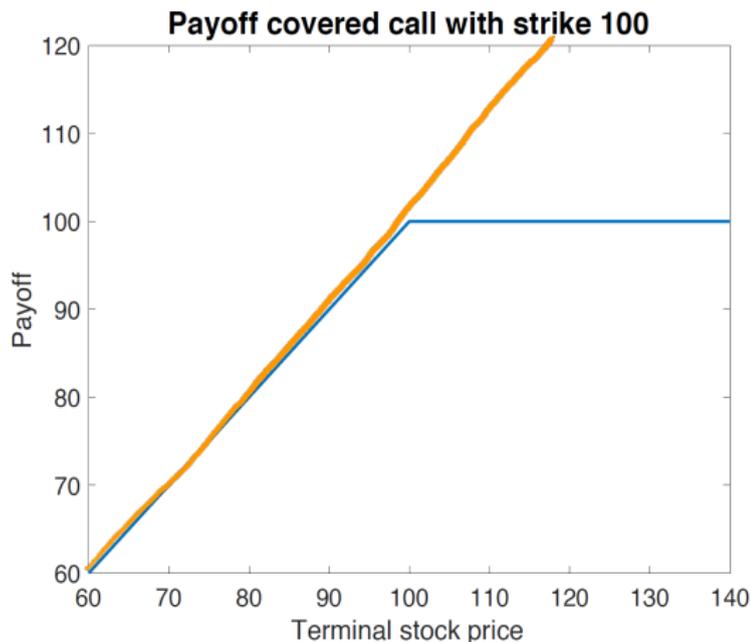
- Kaufe einen Call mit Strike-Preis K_1 , verkaufe zwei Calls mit Strike-Preis $K_2 > K_1$ und kaufe einen Call with Strike-Preis $K_3 > K_2$



- Kaufe eine Aktie und einen Put mit Strike-Preis K



- *Gedekte Kaufoption*: Kaufe eine Aktie, verkaufe einen Call mit Strike-Preis K



Strukturiertes Produkt: Discount Zertifikat

- Gedeckelte Beteiligung an der Wertentwicklung des Basiswertes
- Deckelung der Beteiligung bei K .
- Formal:

$$DC_T = \min\{S_T, K\}$$

- Daher gilt:

$$\begin{aligned} DC_T = \min\{S_T, K\} &= S_T + \min\{0, K - S_T\} \checkmark \\ &= S_T - \underbrace{\max\{S_T - K, 0\}} \checkmark \\ &= S_T - C_T \end{aligned}$$

- Schlussfolgerung: DC ist äquivalent zu einem Covered Call.
- Optionspreis C_t entspricht dem Discount.

Strukturiertes Produkt: Aktienanleihe

- Struktur einer Aktienanleihe (Reverse Convertible Bond)
 - Couponszahlungen über die Laufzeit (e.g., 4% jährlich über 5 Jahre)
 - Emittent hat das Recht, am Ende der Laufzeit entweder den Nominalbetrag zu 100% zurückzuzahlen oder eine bestimmte Anzahl an Aktien zu liefern.
e.g., “Vollständige Rückzahlung des Nominalbetrages, falls der Aktienpreis über diesem liegt; ansonsten eine Aktie”
- Payoff Struktur (Nominalbetrag N ; jährliche Coupon-Zahlungen c):

Zeitpunkt	1	2	...	T
Zahlungsstrom	c	c	...	$c + \min\{k \cdot S_T, N\}$

mit $k = N/S_0 = 1$

- Gleiches Argument wie bei Discountzertifikat
- Struktur: garantierte Couponzahlungen plus Covered Call

- Bewertung (Nominalbetrag N ; jährliche Couponzahlungen c):

$$c \sum_{t=1}^T B_0(t) + S_0 e^{-\delta T} - C_0(N, T)$$

$B_0(t)$ Preis eines Zero Coupon Bonds mit Fälligkeit in t zum Zeitpunkt 0

$C_0(N, T)$ Preis einer Call-Option mit Strikepreis N und Fälligkeit in T zum Zeitpunkt 0

δ Dividendenrendite

$$B_0(t) = \frac{1}{(1+r)^t}$$

Strukturiertes Produkt: Wandelanleihe

- Struktur einer Wandelanleihe (Convertible Bond)
 - Couponzahlungen über die Laufzeit (e.g., 4% jährlich über 5 Jahre)
 - Käufer hat das Recht, am Ende der Laufzeit entweder den Nominalbetrag zu 100% zurückzufordern oder eine bestimmte Anzahl an Aktien zu erhalten.
e.g., "Vollständige Rückzahlung des Nominalbetrages, falls der Aktienpreis unter diesem liegt; ansonsten eine Aktie"
- Payoff Struktur (Nominalbetrag N ; jährliche Coupon-Zahlungen c):

Zeitpunkt	1	2	...	T
Zahlungsstrom	c	c	...	$c + \max\{k \cdot S_T, N\}$

mit $k = N/S_0$

$$N + \max\{k S_T - N, 0\}$$

- Struktur: garantierte Couponzahlungen plus Long Call
- Bewertung wie Aktienanleihe